Klausur MPIIA vom SS 1994

2. Juni 2006

1 Aufgabe 1

Untersuchen sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz.
a)
$\int_1^\infty \frac{dx}{(x^7-1)^{\frac{1}{6}}}$
b)
$\int_5^\infty \frac{dx}{x \cdot lnx^5}$

2 Aufgabe 2

Zeigen sie, daß in der Näherung

$$e^{sinx} \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

für $0 \leq x \leq \frac{1}{10}$ der prozentuale Fehler nicht größer als $0,1\%$ ist.

3 Aufgabe 3

Sei

$$f_n(x) := \begin{cases} nx^n, & x \in [0,1[\\ 0, & x = 1 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$$

a)
Untersuchen sie, ob der Limes

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$$

existiert.
b)
Ist die Funktionenfolge f_n auf [0,1] gleichmäßig konvergent? (Begründen sie ihre Antwort.)

4 Aufgabe 4

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x,y) := \begin{cases} 1 + (x-y)^2, & x \geq y \\ e^{x^2-y^2}, & x < y \end{cases}$$

a)
Beweisen sie unter Rückgriff auf Funktion 9 der Vorlesung (totale Differenzierbarkeit), dass f in (0,0) differenzierbar ist.
b)
Bestimmen sie den Normaleneinheitsvektor an f im Punkt (0,0,f(0,0)).